UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES "ACATLÁN"
DIVISIÓN DE MATEMÁTICAS E INGENIERÍA

LICENCIATURA EN INGENIERÍA CIVIL

APUNTES

MECÁNICA DE MATERIALES

UNIDAD 1

ING. OMAR ULISES MORALES DÁVILA

MECÁNICA DE MATERIALES

CLAVE:					SEMESTRE: 4TO	
MODALIDAD	CARACTER	HORAS SEMESTRE	HORA/SEMANA			CRÉDITOS
			TEORÍA	PRÁCT.	LAB.	
CURSO	OBLIGATORIO	64	3	1	2	9
ASIGNATURA PRECEDENTE	NINGUNA					
ASIGNATURA CONSECUENTE	Diseño de Elementos Estructurales					
REQUISITO	LABORATORIO					

Objetivo: El alumno analizará los métodos para determinar el estado de esfuerzos, deformaciones y resistencia de diversos miembros.

TEMARIO

I. **Conceptos Básicos**
II. **Propiedades de los materiales**
III. **Flexión y dimensionamiento de vigas**
IV. **Deformación en vigas**
V. **Torsión**

Bibliografía Básica:

- Ferdinand P. Beer ***"Mecánica de Materiales"*** **México,** Mc. Graw-Hill, 2021.
- Barry J. Goodno **"Mecánica de materiales"** México, Edit. Cengage learning, 2019.
- R.C. Hibbeler **"Mecánica de materiales"** México, Edit. Pearson, 2017.
- Zapico Valle, José Luis ***"Resistencia de materiales"*** Madrid, Edit. Bellisco, 2022
- Valiente Cancho, Andrés. ***"Comportamiento mecánico de los materiales"*** Madrid, Edit. García Maroto, 2018.
- Vicente Díaz de León **"Mecánica de materiales"** México, Edit. Patria, 2018.
- James M. Gere **"Mecánica de materiales"** México, Edit. Cengage learning, 2016.
-

EVALUACIÓN:

CONCEPTO	DESCRIPCIÓN	PORCENTAJE
Examen:	1 por capítulo (capítulos 1, 3, 4 y 5)	60%
Tareas:		30%
Trabajo de inv.	Capítulo 2	10%

Asistencia	80% para derecho a Examen	
1ª Vuelta	Presentan todo	
2ª Vuelta	Presentan todo	

NOTA: La forma de evaluación se mantendrá siempre y cuando el rendimiento del grupo sea satisfactorio; de lo contrario, puede modificarse a criterio del profesor.

INTRODUCCIÓN A LA RESISTENCIA DE MATERIALES

Mecánica es una de las ramas de la física que se ocupa del movimiento de los objetos y de su respuesta a las fuerzas.

La mecánica abarca las relaciones entre las fuerzas que actúan sobre un sólido indeformable.

En contraste con la mecánica, la ***resistencia de materiales*** estudia y establece las relaciones entre las cargas exteriores aplicadas y sus efectos en el interior de los sólidos. Es decir, la resistencia de materiales es una rama de la mecánica aplicada que trata del comportamiento de los cuerpos sólidos sometidos a varios tipos de carga.

Otros nombres para este campo de estudio son: mecánica de materiales o mecánica de los cuerpos deformables.

El objetivo principal de la resistencia de materiales es determinar los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos en estructuras y sus componentes debido a las cargas que actúan sobre ellas.

Entender el comportamiento mecánico es esencial para el diseño seguro de todos los tipos de estructuras.

La estática y la dinámica también son esenciales, pero la estática estudia los sólidos en equilibrio y la dinámica estudia los sólidos acelerados; pero siempre consideran a los cuerpos como indeformables, mientras que la resistencia de materiales examina los esfuerzos y deformaciones dentro de los cuerpos reales; es decir, cuerpos de dimensiones finitas que se deforman bajo carga.

FUERZAS INTERNAS

Como ya se mencionó anteriormente, la resistencia de materiales estudia la distribución interna de esfuerzos que produce un sistema de fuerzas exteriores aplicadas. Las fuerzas que actúan internamente en un elemento son:

- **Fuerza Axial**

Esta componente corresponde a la acción de tirar o empujar sobre la sección. Tirar (o jalar) representa una fuerza de extensión o tracción que tiende a alargar el sólido, mientras que empujar representa una fuerza de compresión que tiende a acortarlo. Se representa generalmente por P.

- **Fuerzas cortantes**

Son componentes de la resistencia total al deslizamiento de la porción de sólido a un lado de la sección de exploración respecto de la otra porción. La fuerza cortante suele representarse por V y sus componentes V_x y V_y determinan su dirección.

- **Momento torsionante**

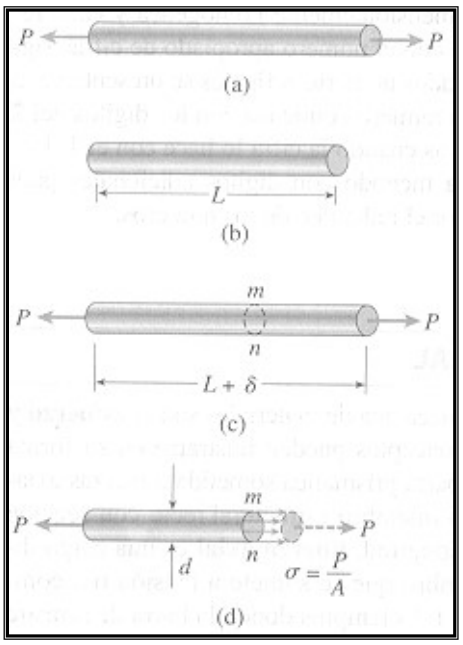
Este componente mide la resistencia a la torsión del sólido considerado, y se suele representar por T.

- **Momentos flexionantes**

Miden la resistencia del cuerpo a curvearse o flexionarse respecto a los ejes Y o Z, y se suelen expresar por M_y y M_z.

1.1 ESFUERZO SIMPLE, NORMAL O AXIAL

El caso más sencillo es el de una barra metálica recta, de sección constante, sometida en sus extremos a dos fuerzas axiales colineales dirigidas en sentidos opuestos (ya sea en tensión o compresión) y que actúan en el centro de las secciones. Para que haya equilibrio estático las magnitudes de las fuerzas deben de ser iguales.



Bajo la acción de estas fuerzas aplicadas se originan otras fuerzas internas dentro de la barra que pueden estudiarse imaginando un plano que la corte en un punto cualquiera y sea perpendicular a su eje longitudinal.

Ahora bien, la carga axial P representa la resultante de la suma de las pequeñas fuerzas internas que actúan en la sección (ΔP), aplicadas sobre pequeñas áreas (ΔA), por lo que se establece la siguiente fórmula de esfuerzo promedio en una sección.

$$\sigma_{prom} = \frac{\Sigma \Delta P}{\Sigma \Delta A} = \frac{P}{A}$$

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

En donde:

σ = esfuerzo o fuerza por unidad de área
P = carga aplicada
A = área de la sección transversal

La hipótesis anterior es el resultado de la simplificación de métodos complejos de análisis elásticos y métodos experimentales como la fotoelasticidad.

Esta ecuación es válida únicamente en los siguientes casos:

- Si el esfuerzo está uniformemente distribuido sobre la sección transversal de la barra.
- Si la fuerza axial P actúa a través del centroide del área de la sección transversal.

Cuando la carga P no pasa por el centroide, se tendrá una flexión en la barra, por lo cual se requerirá una un análisis más complicado.

EJEMPLOS:

Ejemplo 1.1-1.

Una barra de acero es sometida a una carga axial a tensión de 3,500 kg, el diámetro de la barra es de 1.5cm. Determinar el esfuerzo normal actuante.

Solución:

Como datos tenemos P = 3500kg y D = 1.5cm

Del diámetro podemos obtener el área se la sección transversal de la barra

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3.1416(1.5)^2}{4} = 1.76715 cm^2$$

Recordando la fórmula para la determinación del esfuerzo $\sigma = \frac{P}{A}$, tenemos entonces que:

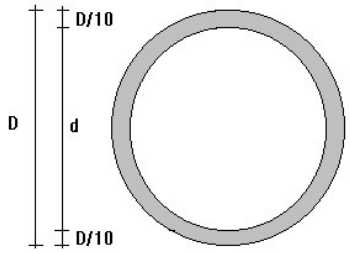
$$\sigma = \frac{3500kg}{1.77cm^2} = 1980.60 kg/cm^2$$

σ=1980.6 kg/cm² sol.

Ejemplo 1.1-2.

Calcule el diámetro exterior de un tirante tubular de acero que debe soportar una fuerza de tensión de 500kN con un esfuerzo máximo de 140MN/m². Suponga que el espesor de las paredes es una décima parte del diámetro exterior.

Solución:



Como datos tenemos:
$\sigma_{máx}$ = 140MN/m²
P = 500kN
Espesor de pared = D/10

Primero, debemos de hallar el área efectiva del tirante tubular, el cual va a estar dado por el área del diámetro exterior (D) menos el área del diámetro interior (d). Por lo tanto tenemos que:

$$A_{Efectiva} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}$$

y $d = D - 2\frac{D}{10} = D - 0.2D = 0.8D$

sustituyendo:

$$A_{Efectiva} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi (0.8D)^2}{4} = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi (0.64D^2)}{4} = \frac{\pi}{4}(D^2 - 0.64D^2)$$

$$A_{Efectiva} = \frac{\pi}{4}(0.36D^2)$$

como lo que nos interesa saber es el diámetro, despejamos D y nos queda:

$$D = \sqrt{\frac{4(A_{Efectiva})}{0.36\pi}}$$

Por otro lado, mediante la ecuación del esfuerzo $\sigma = \frac{P}{A}$, podemos determinar el valor de A de la siguiente manera: $A = \frac{P}{\sigma}$

Como P y σ son datos, sustituimos:

$$A = \frac{500x10^3 N}{140x10^6 N/m^2} = 0.0036m^2$$

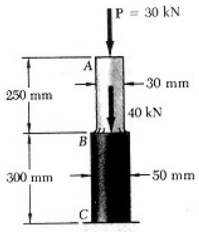
Esta es el área efectiva del tirante tubular, para determinar el diámetro sustituimos en la ecuación del diámetro obtenida anteriormente:

$$D = \sqrt{\frac{4(0.0036m^2)}{0.36\pi}} = 0.112m$$

D = 11.2cm ***solución***

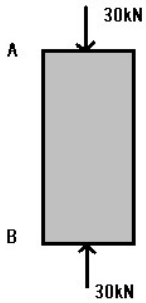
Ejemplo 1.1-3.

Dos barras sólidas cilíndricas están soldadas en B como se muestra. Halle el esfuerzo normal en el punto medio de cada barra.



Solución:

Tramo A-B

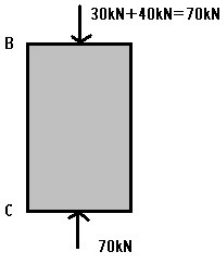


$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(0.03m)^2}{4} = 7.07x10^{-4}m^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{30kN}{7.07x10^{-4}m^2} = 42.44Mpa$$

σ=42.44Mpa ***solución***

Tramo B-C



$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(0.05m)^2}{4} = 1.96x10^{-3}m^2$$

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{70kN}{1.96x10^{-3}m^2} = 35.65Mpa$$

σ=35.65Mpa ***solución***

TAREA 1

1. Halle la magnitud de la fuerza P para que los esfuerzos normales en cada barra sean iguales.

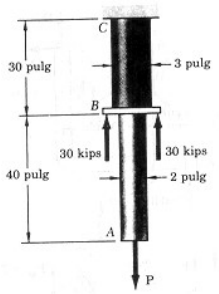


Figura problema 1

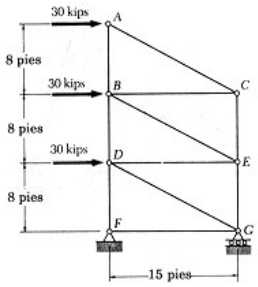


Figura problema 2

2. Halle el área mínima admisible del elemento DE de la armadura mostrada, si el esfuerzo normal admisible no debe pasar de 20ksi para la carga mostrada.

3. En la figura se muestra la sección transversal de un pedestal de concreto cargado uniformemente a compresión.
   a) Determine el esfuerzo de compresión en el concreto si la carga es igual a 7.5MN.
   b) Halle las coordenadas X y Y del punto en donde la carga debe aplicarse para producir un esfuerzo normal uniforme.

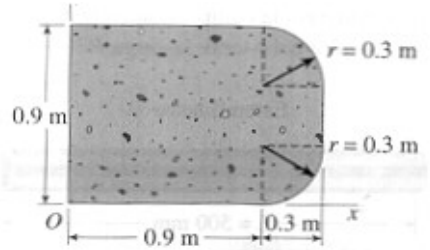


Figura problema 3

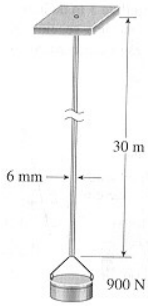


Figura problema 4

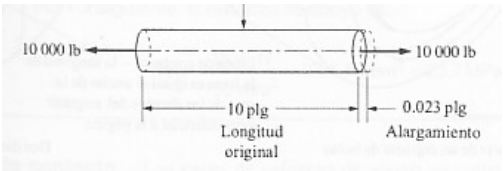
4. Una pértiga de acero con 30m de largo cuelga dentro de una torre y sostiene un peso de 900N en su extremo inferior (ver figura). Si el diámetro de la pértiga circular es de 6mm, calcule el esfuerzo normal máximo para ella, tomando en cuenta su propio peso (para ello tomar la densidad del acero de γ=77kN).

1.2 DEFORMACIÓN LINEAL Y UNITARIA

Entendemos por deformación al cambio de forma o longitud de un cuerpo debido a la aplicación de fuerzas.

1.2.1 Deformación lineal

Consideremos la barra siguiente:



Al aplicar la carga P a dicha barra, esta sufre una deformación, la cual puede calcularse mediante las siguientes expresiones.

$$\delta = L_f - L_i \qquad \text{en caso de incremento de longitud}$$

$$\delta = L_i - L_f \qquad \text{en caso de decremento de longitud}$$

En donde:

δ = deformación lineal
L_f = longitud final del elemento
L_i = longitud inicial del elemento

dicha deformación se le llamará normal siempre y cuando cumpla con las siguientes características:

1. La sección transversal recta del material debe de ser constante.
2. El material debe de ser homogéneo.
3. La carga debe de ser axial; es decir, producir esfuerzos uniformes.

1.2.2 Deformación unitaria normal

Como ya vimos, una barra recta cambiará de longitud al cargarla axialmente, volviéndose más larga en tensión y más corta en compresión. Por ejemplo, si aplicamos una carga axial a tensión sobre una barra, ésta sufrirá una alargamiento δ , resultado acumulativo del alargamiento de todos los elementos del material en todo el volumen de la barra. Entonces, si consideramos la mitad de la barra (longitud L/2), ésta tendrá un alargamiento igual a $\delta/2$, y si consideramos un cuarto de barra (L/4), esta tendrá un alargamiento igual a $\delta/4$. En general el alargamiento de un segmento es igual a su longitud dividida entre la longitud total L y multiplicada por el alargamiento total δ. Por lo tanto, una unidad de longitud de la barra tendrá un alargamiento igual a 1/L veces δ. Esta cantidad se denomina alargamiento por unidad de longitud o deformación unitaria, que se representa con la letra épsilon (ε).

En resumen, se entiende por deformación unitaria a el valor que resulta de dividir el incremento de longitud entre la longitud inicial del elemento. Se expresa con la siguiente fórmula:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_i}$$

siendo un parámetro adimensional y en donde:

ε = deformación unitaria normal
δ = deformación lineal ó incremento de longitud
L_i = longitud inicial del elemento

Esta ecuación expresa la proporción de deformación en elementos constituidos por el mismo material y dimensiones distintas.

Si la barra está a tensión, la deformación unitaria se llama deformación unitaria a tensión, que representa un alargamiento o estiramiento del material. Si la barra está en compresión, se dice que es una deformación unitaria a compresión y la barra se acorta. En términos generales, la deformación unitaria a tensión se considera positiva, mientras la deformación unitaria a compresión, negativa.

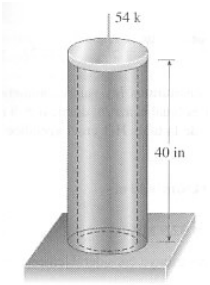
Se le denomina deformación unitaria normal porque está asociada con esfuerzos normales.

Los valores numéricos de la deformación unitaria suelen ser muy pequeños, porque las barras hechas de materiales estructurales solo sufren pequeños cambios de longitud al ser

cargadas. En ocasiones, la deformación unitaria se expresa como porcentaje, sobre todo cuando suelen ser muy grandes.

EJEMPLOS:

Ejemplo 1.2-1.



Un poste corto construido con un tubo circular hueco de aluminio, soporta una carga en compresión de 54 kips. Los diámetros interior y exterior del tubo son d_1=3.6 pulg. y d_2=5.0 pulg. respectivamente, y su longitud es de 40 pulg. La longitud del poste después de aplicada la carga es de 39.978 pulg. Determinar la deformación unitaria en el poste.

Solución

Primero determinemos la deformación lineal δ del poste

$\delta = L_f - L_i$ = 40 pulg – 39.978pulg = 0.022 pulg.

δ = 0.022pulg.

una vez determinada la deformación lineal podemos obtener la deformación unitaria:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_i} = \frac{.022\,pu\lg}{40\,pu\lg} = 550x10^{-6}$$

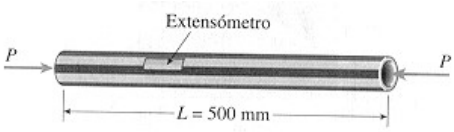
$$\varepsilon = 550x10^{-6} \qquad \textbf{\textit{solución}}$$

NOTA: Como ejercicio determínese el esfuerzo normal de compresión en el poste. ***Resp. σ=5710psi***

Ejemplo 1.2-2.

Un tubo circular de aluminio de longitud L = 500mm está cargado a compresión por fuerzas P. Los diámetros exterior e interior son de 60 y 50 mm, respectivamente. Se coloca un extensómetro sobre el exterior de la barra para medir las deformaciones unitarias normales en la dirección longitudinal.

a) Si la deformación unitaria medida es $\varepsilon=570x10^{-6}$, ¿Cuál es el acortamiento δ de la barra?
b) Si el esfuerzo de compresión en la barra debe ser de 40Mpa ¿Qué valor debe tener la carga P?



Solución:

a) Para determinar la deformación lineal δ despejemos a ésta de la expresión $\varepsilon = \frac{\delta}{L_i}$, quedando como resultado:

$\delta = \varepsilon L = 570x10^{-6}(500mm) = 0.285mm$

δ = 0.29mm ***solución***

b) Determinemos primero el área efectiva o neta del tubo, el cual va a estar dado por:

$A_{NETA}=A_{exterior} - A_{interior}$

$$A_{exterior} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(0.06)^2}{4} = 2.83x10^{-3} m^2$$

$$A_{interior} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(0.05)^2}{4} = 1.96x10^{-3} m^2$$

Entonces:

$$A_{NETA} = 2.83x10^{-3} m^2 - 1.96x10^{-3} m^2 = 8.64x10^{-4} m^2$$

$A_{NETA} = 8.64x10^{-4} m^2$

Despejemos ahora a P de la ecuación de esfuerzo y tenemos que:

$P = \sigma A = 40Mpa\ (8.64x10^{-4} m^2) = 34.56kN$

P = 34.56kN ***solución***

Ejemplo 1.2-3

Una tira delgada de hule tiene una longitud de 15pulg. Si se le estira alrededor de un tubo que tenga un diámetro exterior de 5 pulg, determine la deformación unitaria normal promedio en la tira.

Solución:

La longitud inicial de la tira de hule es de 15pulg (L_i=15pulg). La longitud final se obtendrá al enredar la tira en el tubo; es decir, la longitud final será el perímetro del tubo, para lo cual:

$$\text{Perímetro} = L_f = \pi D = \pi\ (5\text{pulg}) = 15.708\text{pulg.}$$

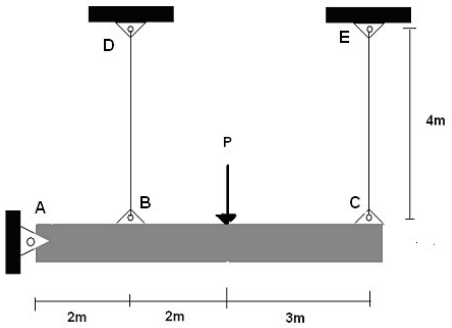
Sustituyendo en la expresión de deformación unitaria tenemos:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_i} = \frac{L_f - L_i}{L_i} = \frac{15.708\,pu\lg - 15\,pu\lg}{15\,pu\lg} = 0.047$$

$\varepsilon = 0.047$ solución

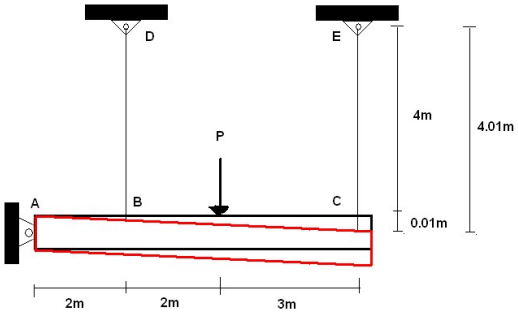
Ejemplo 1.2-4

Una viga rígida está soportada por un pasador en A y por los cables BD y CE. Si la carga P sobre la viga provoca que el extremo C se desplace 10mm hacia abajo, determine la deformación unitaria desarrollada en los alambres CE y BD.



Solución:

En la siguiente figura exageramos la deformación causada por la aplicación de la carga P.



CABLE CE

Podemos ver que para el cable CE, la longitud final es de 4.01m, por lo que su deformación unitaria será:

$$\varepsilon_{CE} = \frac{\delta_{ce}}{L_i} = \frac{L_f - L_i}{L_i} = \frac{4.01m - 4.0m}{4.0m} = 0.0025$$

ε_{CE} = 0.0025 Solución

CABLE BD

Por triángulos semejantes podemos determinar la deformación lineal del cable BD; es decir, si para una distancia de 7m el cable CE tuvo una deformación lineal de 0.01m, ¿cuál deformación corresponderá a una distancia de 2 m?

Aplicando una regla de tres tenemos:

$$\frac{7m}{\delta_{CE}} = \frac{2m}{\delta_{BD}}$$

Sabemos que δ_{CE}=0.01m, entonces:

$$\delta_{BD} = \frac{2m(\delta_{CE})}{7m} = \frac{2m(0.01m)}{7m} = 0.00286$$

δ_{BD}=2.86x10^{-3}m

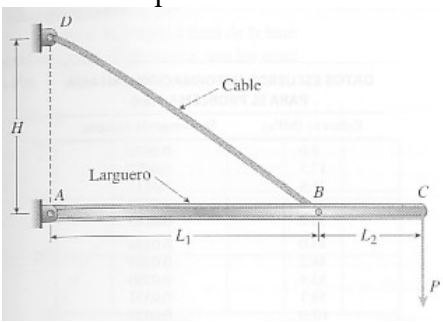
Sustituyendo:

$$\varepsilon_{BD} = \frac{\delta_{BD}}{L_i} = \frac{2.86x10^{-3}m}{4m} = 7.14x10^{-4}$$

ε_{BD}=7.14x10^{-4} solución

TAREA 2

1. Una grúa de carga, compuesta por un larguero de acero ABC sostenido por un cable BD, está sujeta a una carga P, como se muestra en la figura. El cable tiene un área transversal efectiva A = 481mm². Las dimensiones de la grúa son: H=1.6m, L_1=3.0m y L_2=1.5m
   a) Si el cable se reduce en 5.1 mm ¿cuál es la deformación unitaria promedio?
   b) ¿Cuál es el esfuerzo promedio de tensión en el cable?



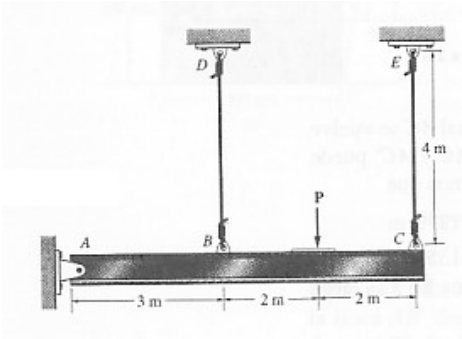
Problema 1

2. Una barra de sección transversal igual a 2cm² es sometida a una carga P. Sabemos que la deformación unitaria normal es de $1.3x10^{-3}$ y la longitud final medida de la barra es de 3.02m.

a) Determinar la longitud inicial del cable.
b) Determinar si la carga P aplicada a la barra fue de tensión o de compresión.

3. Una pelota de hule llena de aire tiene un diámetro de 6 pulg. Si la presión del aire dentro de ella se aumenta hasta que el diámetro de la pelota sea de 7pulg, determine la deformación unitaria normal promedio del hule.

4. Una viga rígida está soportada por un pasador en A y por los cables BD y CE. Si la carga P sobre la viga provoca que el extremo C se desplace 10mm hacia abajo, determine la deformación unitaria desarrollada en los alambres CE y BD.



1.3 GRÁFICA ESFUERZO - DEFORMACIÓN UNITARIA ($\sigma - \varepsilon$)

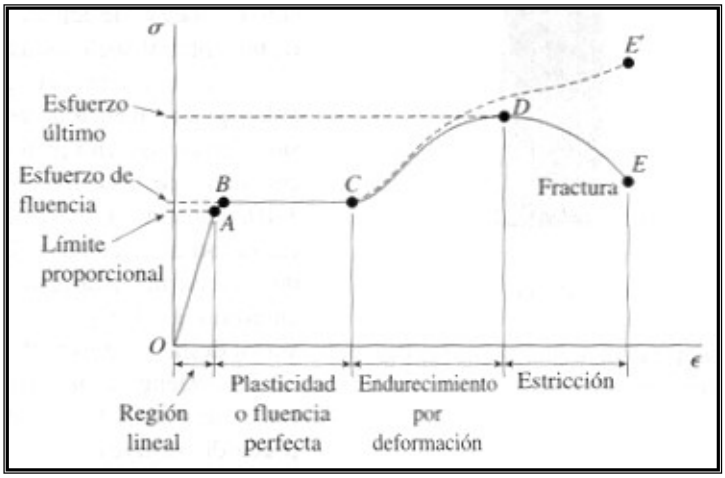
Los resultados de las pruebas de laboratorio dependen, en general, del tamaño de la probeta ensayada.

Difícilmente se diseña una estructura con partes del mismo tamaño de las probetas de prueba, por tal motivo, los resultados se deben de expresar de tal manera que puedan aplicarse a miembros de cualquier tamaño. Una forma fácil de lograr esto es convertir los resultados de las pruebas en esfuerzos y deformaciones unitarias.

Para efectos prácticos de este curso debemos de entender los siguientes conceptos:

- **Esfuerzo nominal:** es el resultado de dividir la carga axial *P* entre el área inicial de la probeta; es decir, entre el área de la probeta antes de la prueba.
- **Esfuerzo verdadero:** es el resultado de dividir la carga axial *P* entre el área real de la barra en la sección transversal en donde ocurre la falla. Este es un valor más exacto del esfuerzo axial y como el área real en una prueba de tensión es siempre menor que el área inicial, el esfuerzo verdadero es mayor que el esfuerzo nominal.
- **Deformación unitaria nominal:** es el resultado de dividir el alargamiento medido δ entre la longitud calibrada inicial de la barra; es decir, la longitud calibrada de la barra antes de la prueba.
- **Deformación unitaria verdadera:** es el resultado de dividir el alargamiento medido δ entre la longitud de la barra después de la prueba. Dado a que a que la distancia entre las marcas de calibración crece conforme se aplica la carga, la deformación unitaria verdadera siempre es menor que la deformación unitaria nominal.

Sin embargo, para la mayoría de los fines ingenieriles, el esfuerzo nominal y la deformación unitaria nominal son adecuados para su uso.



Después de efectuar una prueba a tensión o compresión y determinar el esfuerzo y la deformación unitaria para varias magnitudes de carga, puede trazarse un diagrama del esfuerzo *vs.* deformación unitaria. Tal diagrama es una característica particular del material que se está probando y contiene información importante sobre las propiedades mecánicas y tipo de comportamiento.

Ejemplifiquemos con el diagrama de esfuerzo – deformación unitaria del acero estructural. Las deformaciones unitarias se trazan sobre el eje horizontal y los esfuerzos sobre el eje vertical.

El diagrama podemos explicarlo de la siguiente manera:

1. El diagrama comienza con una línea recta que va del origen 0 al punto A, lo que significa que la relación entre el esfuerzo y la deformación unitaria en esta región inicial no es solo lineal, sino también proporcional. A la pendiente de esta línea recta se le llama **módulo de elasticidad.**
2. El **punto A** se llama **límite proporcional**, pues más allá de este punto la proporcionalidad entre el esfuerzo y la deformación unitaria ya no existe.
3. Al incrementar el esfuerzo más allá de del límite proporcional (punto A), la deformación unitaria comienza a crecer con mayor rapidez para cada incremento de esfuerzo; en consecuencia, la curva esfuerzo – deformación unitaria tiene una pendiente cada vez menor hasta llegar al punto B.
4. Del punto B al punto C ocurre un considerable alargamiento de la probeta de prueba sin presentarse un incremento perceptible en el esfuerzo, es por ello que la curva en esta zona se vuelve prácticamente horizontal. Este fenómeno se conoce como **fluencia** del material. Al punto B se le conoce como **punto de fluencia** y al esfuerzo correspondiente de esta zona como **esfuerzo de fluencia o resistencia de fluencia**. En la región B a C, el material se vuelve perfectamente plástico, lo que significa que se deforma sin un incremento de la carga aplicada.
5. Después de las grandes deformaciones unitarias presentadas en el tramo B a C, el acero empieza a **endurecerse por deformación**. Durante esta etapa el material experimenta cambios en su estructura cristalina, lo que conduce a una resistencia mayor del material a deformaciones adicionales. El alargamiento de la probeta de

prueba en esta región requiere un incremento de carga a tensión, por lo que el diagrama esfuerzo – deformación unitaria tiene una pendiente positiva de C a D. La carga termina por alcanzar su valor máximo y su esfuerzo correspondiente en el punto D, al cual se le conoce como **esfuerzo último o resistencia última**.

6. Un alargamiento adicional de la barra va acompañado por una reducción de la carga y la fractura ocurre finalmente en el punto E, o **punto de fractura**.

Límite elástico

Es el nivel de esfuerzo que alcanza un cuerpo de tal manera que al desaparecer recupera sus dimensiones originales.

Límite de fluencia

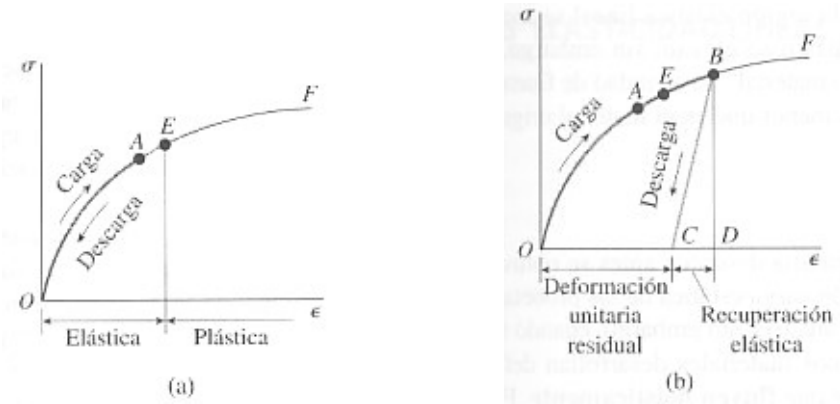
Esfuerzo al que un material fluye sin aceptar mayores solicitaciones.

1.4 ELASTICIDAD Y PLASTICIDAD

En la sección anterior vimos el comportamiento de un material cuando es sometido a una carga de tensión o compresión. Consideremos ahora lo que sucede cuando la carga se retira y el material se descarga.

Por ejemplo, supongamos que se aplica una carga a tensión a una probeta y el comportamiento es como sigue:

1. Al aplicar la carga, el esfuerzo y la deformación unitaria van del origen 0 al punto A.
2. Cuando la carga se retira, el material sigue la misma curva de regreso al origen 0. esta propiedad mediante el cual un material recupera sus dimensiones originales al ser descargado se llama **elasticidad** y se dice que el material es elástico (nótese que la curva esfuerzo – deformación unitaria de 0 a A no tiene que ser lineal para que el material sea elástico).



Supongamos ahora que sometemos el material a un nivel mayor de carga de manera que alcanza el punto B sobre la curva esfuerzo – deformación unitaria, el comportamiento es como sigue:

1. Cuando la descarga ocurre desde el punto B, el material sigue la línea BC sobre el diagrama. Esta línea de descarga es paralela a la porción inicial de la curva de carga.
2. Cuando se ha suprimido por completo la carga el material alcanza el punto C, conservando así una deformación denominada deformación unitaria residual o permanente, representada por la línea 0C; en consecuencia, la probeta ahora es más larga que antes de cargarla. Este alargamiento se llama **deformación permanente**.
3. De la deformación unitaria total 0D desarrollada durante la carga de 0 a B, la deformación unitaria CD se ha recuperado elásticamente y la deformación unitaria 0C queda como una deformación unitaria permanente. Por tanto, durante la descarga, la barra retorna a su forma original en forma parcial, por lo que se dice que es un **material parcialmente elástico**.
4. El punto E, que se halla entre los puntos A y B de la curva esfuerzo – deformación unitaria, corresponde al punto C de la deformación unitaria. Antes de este punto el material es elástico, después de este punto, el material es parcialmente elástico. El esfuerzo en este punto se conoce como **límite elástico** del material.
5. La característica de un material por la cual sufre deformaciones unitarias inelásticas más allá de la deformación unitaria en el límite elástico se conoce como **plasticidad**. Cuando ocurren grandes deformaciones en un material dúctil cargado en la región plástica, se dice que el material sufre un flujo plástico.

En resumen, podemos decir que:

ELASTICIDAD: se dice que un material tiene un comportamiento elástico si las aplicaciones de carga en él causan deformaciones que desaparecen al remover la misma. El máximo valor de esfuerzo en el cual el material se comporta así, se llama límite elástico.

PLASTICIDAD: en el caso anterior, si después de retirar la carga el cuerpo no se recupera de la deformación sufrida, se dice entonces que el material ha sufrido una deformación plástica.

EJEMPLOS:

Ejemplo 1.4-1.

Los datos de la tabla anexa se obtuvieron en una prueba de tensión aplicada a un acero de alta resistencia. La probeta de prueba tenía un diámetro de 0.505 pulg. y una longitud calibrada de 2.00 pulg. El alargamiento total entre las marcas de calibración en la fractura fue de 0.12 pulg. y el diámetro mínimo fue de 0.42 pulg.

P (lb)	δ (pulg)
0	0.0000
1000	0.0002
2000	0.0006
6000	0.0019
10000	0.0033
12000	0.0039
12900	0.0043
13400	0.0047
13650	0.0063
13900	0.0078
14200	0.0110
14200	0.0150
14200	0.0200
16800	0.0250
18400	0.0336
19500	0.0507
19000	0.0730
18400	0.0830

Trace la curva convencional esfuerzo – deformación unitaria para el acero, determine el límite de proporcionalidad y el esfuerzo último y el esfuerzo de fractura.

Solución:
De los datos de la tabla, se obtienen los valores de esfuerzo y deformación unitaria para graficar la curva σ-ε mostrada más adelante:

Observando la gráfica, podemos ver que la curva esfuerzo - deformación unitaria es proporcional hasta el esfuerzo de 66900lb/pulg², por lo que podemos decir entonces:

Límite de proporcionalidad = 66900 lb/pulg² ***Solución***

El esfuerzo último podemos ver que corresponde a:

$$\sigma_{último} = 97355.60 \text{ lb/pulg}^2 \quad \textbf{Solución}$$

El esfuerzo de fractura

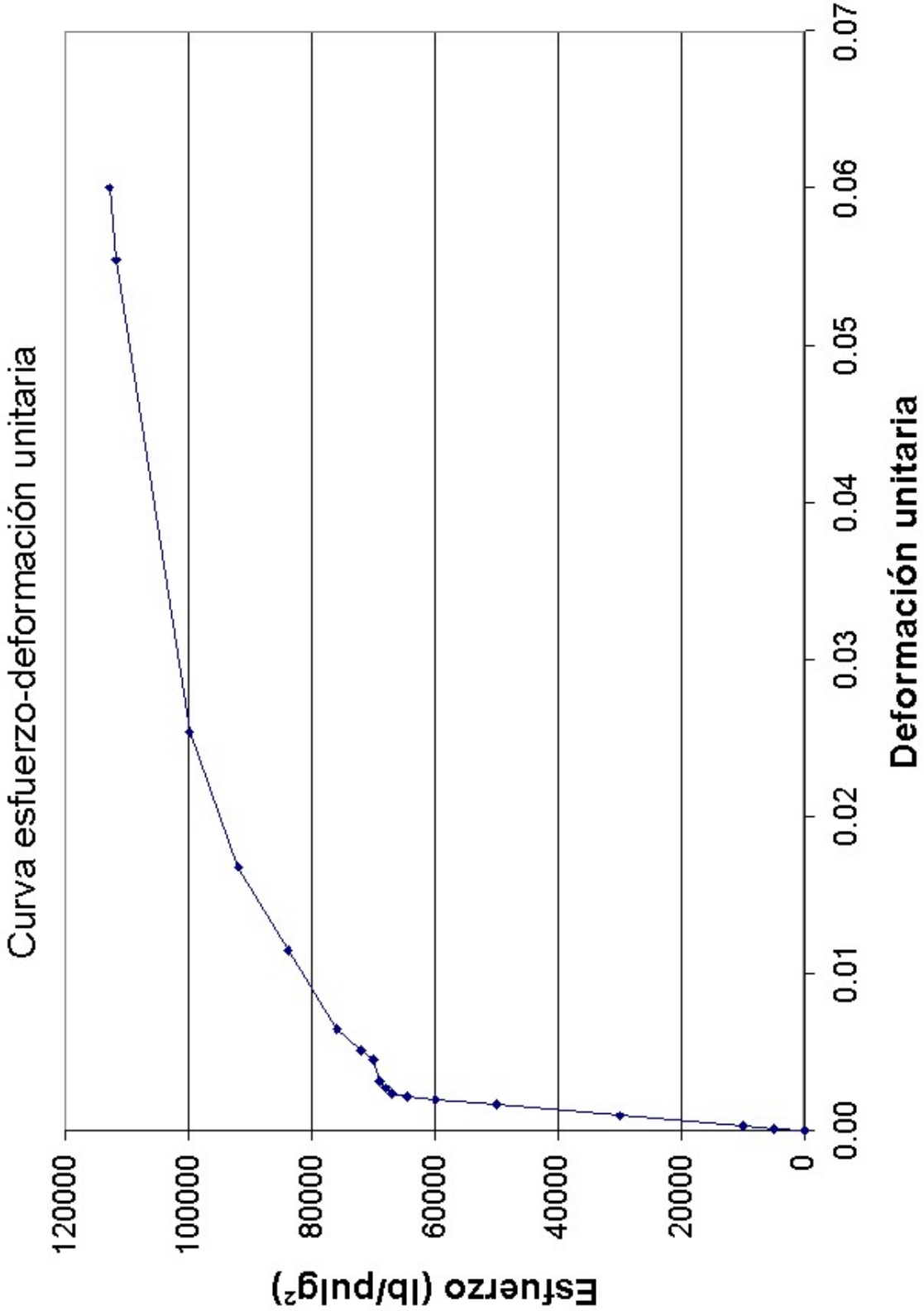
$$\sigma_{fracura} = 91863.75 \quad \textbf{Solución}$$

DATOS

$L_{patrón}$ = 2 pulg

$D_{inicial}$ = 0.505 pulg

P (lb)	δ (pulg)	$A_{inicial}$ (pulg²)	σ (lb/pulg²)	ε
0	0.0000	0.200	0.00	0.0000
1000	0.0002	0.200	4992.60	0.0001
2000	0.0006	0.200	9985.19	0.0003
6000	0.0019	0.200	29955.57	0.0010
10000	0.0033	0.200	49925.95	0.0017
12000	0.0039	0.200	59911.14	0.0020
12900	0.0043	0.200	64404.48	0.0022
13400	0.0047	0.200	66900.77	0.0024
13650	0.0063	0.200	68148.92	0.0032
13900	0.0078	0.200	69397.07	0.0039
14200	0.0110	0.200	70894.85	0.0055
14200	0.0150	0.200	70894.85	0.0075
14200	0.0200	0.200	70894.85	0.0100
16800	0.0250	0.200	83875.60	0.0125
18400	0.0336	0.200	91863.75	0.0168
19500	0.0507	0.200	97355.60	0.0254
19000	0.0730	0.200	94859.31	0.0365
18400	0.0830	0.200	91863.75	0.0415


Curva esfuerzo-deformación unitaria
Esfuerzo (lb/pulg²)
120000
100000
80000
60000
40000
20000
0
0.00
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
Deformación unitaria

TAREA 3

1. Durante un ensayo de tensión de un acero estirado en frío, de diámetro 13mm, se han obtenido los siguientes datos de la tabla 1, la longitud patrón de la probeta es de 5cm. Determinar:

a) El límite de proporcionalidad.
b) El punto de fluencia
c) El esfuerzo último
d) El esfuerzo de fractura

Tabla 1. Problema 1

Carga Axial (kg)	δ (cm)
0	0.0000
570	0.0010
830	0.0015
1090	0.0020
1380	0.0025
1650	0.0030
1920	0.0035
2200	0.0040
2460	0.0045
2750	0.0050
3040	0.0055
3300	0.0060
3110	0.0100
3140	0.0200
3140	0.0300
3140	0.0400
3120	0.0500
3140	0.0600
3160	0.1250
3500	0.2500
4230	0.5000
4460	0.7500
4560	1.0000
4560	1.2500
4460	1.5000
4300	1.7500
4020	1.8750

2. En una probeta de ensayo de acero con un diámetro original de 0.503pulg y una longitud calibrada de 2.00pulg, se llevó a cabo una prueba de tensión. Usando los datos listados en la tabla, trace el diagrama de esfuerzo-deformación unitaria y determine:

a) el punto y esfuerzo de proporcionalidad
b) el punto y esfuerzo de fluencia
c) el esfuerzo último
d) el esfuerzo de fractura.

Tabla 2. Problema 2

Carga Axial (lb)	δ (pulg)
0	0.0000
1500	0.0005
4600	0.0015
8000	0.0025
11000	0.0035
11800	0.0050
11800	0.0080
12000	0.0200
16600	0.0400
20000	0.1000
21500	0.2800
19500	0.4000
18500	0.4600

1.5 LEY DE HOOKE

Muchos materiales estructurales, como la mayoría de los metales, plásticos, maderas y cerámicas, se comportan elástica y linealmente en las primeras etapas de carga; por consecuencia, sus curvas esfuerzo – deformación unitaria comienzan con una línea recta que pasa por el origen.

Cuando un material se comporta elásticamente y exhibe también una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación unitaria, se dice que es **elástico lineal**. Este tipo de comportamiento es esencial en le ingeniería, pues mediante este se pueden diseñar estructuras que al funcionar en esta región se evitan deformaciones permanentes debido al flujo plástico.

La relación lineal entre el esfuerzo y la deformación unitaria en una barra sometida a tensión o compresión simple se expresa por la siguiente ecuación:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

En donde:

E = es una constante de proporcionalidad llamada ***Módulo de elasticidad***
σ = es el esfuerzo axial
ε = deformación unitaria axial

El módulo de elasticidad es la pendiente del diagrama esfuerzo – deformación unitaria en la región elástica lineal. Puesto que la deformación unitaria es adimensional, las unidades de E son las mismas que las del esfuerzo.

La ecuación $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ se conoce como ley de Hooke, la cual podemos enunciar de la siguiente manera: "Dentro de ciertos límites, la deformación es proporcional al esfuerzo"

Esta ley solo es aplicable a materiales con propiedades elásticas, teniendo cada material propiedades distintas.

Considerando las ecuaciones de esfuerzo y de deformación unitaria, el módulo de elasticidad, llamado a menudo módulo de Young, puede expresarse como sigue:

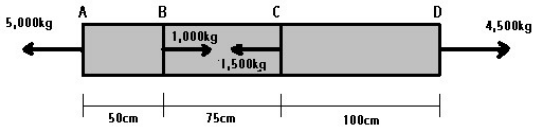
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\frac{P}{A}}{\frac{\delta}{L}} = \frac{PL}{A\delta}$$

Esta ecuación es una versión muy limitada de la ley de Hooke, porque relaciona solo los esfuerzos y deformaciones unitarias longitudinales desarrollados en la tensión o compresión simple de una barra.

EJEMPLOS:

Ejemplo 1.5-1

Una barra de acero de 5cm² de sección está sometida a las fuerzas representadas en la figura. Determinar el alargamiento toral de la barra. Para el acero E=2.1x10^6 kg/cm²

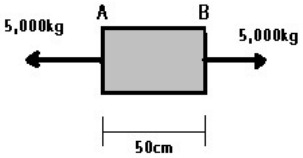


Solución:

Hay que recordar que toda la barra está en equilibrio, por lo que cada una de sus partes lo está también, por lo que resolveremos este problema obteniendo la deformación lineal en cada una de las partes; es decir, dividiremos la barra en los tramos A-B, B-C y C-D. La deformación total de la barra será la suma algebraica de las deformaciones de todos los tramos.

Tramo A-B

El trozo de barra entre A y B tiene una fuerza resultante de 5,000kg, por lo que el diagrama de cuerpo libre en esos 50 cm es como se muestra en la figura de la derecha. El alargamiento en este trozo viene dado por:



Sí $E = \frac{PL}{A\delta}$ entonces $\delta = \frac{PL}{AE}$

Por lo tanto, para el tramo A-B:

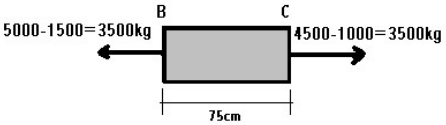
$$\delta_{A-B} = \frac{PL}{AE} = \frac{5{,}000kg(50cm)}{5cm^2(2.1x10^6 kg/cm^2)} = 0.024cm$$

$$\delta_{A-B}=0.024cm$$

Tramo B-C

Aplicando el mismo criterio que para el tramo anterior, tenemos:

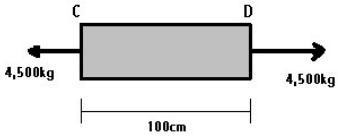
$$\delta_{B-C}=\frac{PL}{AE}=\frac{3{,}500kg(75cm)}{5cm^2(2.1x10^6 kg/cm^2)}=0.025cm$$



$$\delta_{B-C}=0.025cm$$

Tramo C-D

$$\delta_{C-D}=\frac{PL}{AE}=\frac{4{,}500kg(100cm)}{5cm^2(2.1x10^6 kg/cm^2)}=0.025cm$$



$$\delta_{C-D}=0.043cm$$

Finalmente, la deformación total de la barra está dada por:

$$\delta_{TOTAL} = \delta_{A-B} + \delta_{B-C} + \delta_{C-D}=0.024cm+0.025+.043cm = 0.092cm$$

$$\delta_{TOTAL} = 0.092cm \qquad \textit{solución}$$

Ejemplo 1.5-2

Una barra recta de sección uniforme está sometida a tracción axial. La sección es de 6cm² y la longitud de 4m. Si el alargamiento total es de 0.40cm bajo una carga de 12,600kg, hallar el módulo de elasticidad del material.

Solución:

En realidad es un ejemplo muy sencillo, basta con sustituir los datos en la ecuación de la ley de Hooke:

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon}=\frac{PL}{A\delta}=\frac{12{,}600kg(400cm)}{6cm^2(0.40cm)}=2.1x10^6 kg/cm^2$$

$$E=2.1x10^6 kg/cm^2 \qquad \textit{Solución}$$

Ejemplo 1.5-3

Loa cables de acero BE y DF tienen un diámetro de 0.1 pulg. cada uno. Su módulo de elasticidad es de $30x10^6$PSIA. Sabiendo que los cables están tensos cuando se suspenda un bloque de 400lb en el punto C, determinar:

a) La tensión en cada cable.
b) El desplazamiento en C.

Solución

a)

Primero determinemos las tensiones en los cables mediante la suma de momentos en el punto A.
$\Sigma M_A=0$

$-10T_{BE}+400(20)-30T_{DF}=0$

$-10T_{BE}-30T_{DF}=-8000$

$$\Rightarrow \qquad \boldsymbol{10T_{BE}+30T_{DF}=8000} \qquad \textbf{\textit{(1)}}$$

Si consideramos las deformaciones que surgen al aplicar la carga tenemos algo semejante a lo mostrado en la figura siguiente:

Tenemos que para la deformación del cable DF (δ_{DF}) le corresponde una distancia de 30pulg, y para la deformación del cable BE (δ_{BE}) una distancia de 10pulg. Por trángulos semejantes podemos establecer:

$$\frac{\delta_{DF}}{30\,pu\lg}=\frac{\delta_{BE}}{10\,pu\lg}$$

$$\delta_{DF}=\frac{30\,pu\lg\delta_{BE}}{10\,pu\lg}$$

$$\delta_{DF}=3\delta_{BE} \qquad \textbf{\textit{(2)}}$$

Por otro lado determinemos las deformaciones a partir de la ley de Hooke.

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

$$\delta_{BE} = \frac{T_{BE}(15\,pul)}{\left(\frac{\pi(0.1\,pu\lg)^2}{4}\right)(30x10^6\,PSIAS)} = 6.366\,x10^{-5}\,T_{BE}$$

$$\delta_{BE} = 6.366x10^{-6}T_{BE} \qquad \textbf{(3)}$$

$$\delta_{DF} = \frac{T_{DF}(20)}{\left(\frac{\pi(0.1)^2}{4}\right)(30x10^6)} = 8.488x10^{-5}T_{DF}$$

$$\delta_{DF} = 8.488x10^{-5}T_{DF} \qquad \textbf{(4)}$$

Sustituimos las expresiones 3 y 4 en la expresión 2.

$$8.488x10^{-5}T_{DF} = 3(6.366x10^{-6}T_{BE})$$

$$8.488x10^{-5}T_{DF} = 1.91x10^{-4}T_{BE}$$

$$T_{DF} = \frac{1.94x10^{-4}T_{BE}}{8.488x10^{-5}}$$

$$T_{DF} = 2.25T_{BE} \qquad \textbf{(5)}$$

Sustituimos la expresión 5 en la 1.

$$10T_{BE} + 30(2.25T_{BE}) = 8000$$

$$10T_{BE} + 67.5T_{BE} = 8000$$

$$77.5T_{BE} = 8000$$

$$T_{BE} = \frac{8000}{77.5} = 103.23$$

$$T_{BE} = 103.23lb \qquad \textbf{\textit{solución}}$$

De acuerdo a la expresión 5, $T_{DF} = 2.25T_{BE}$, *por lo tanto:*

$T_{DF} = 2.25(103.23lb)=232.26lb$

$$\boldsymbol{T_{DF} = 232.26lb} \qquad \textbf{\textit{solución}}$$

b) La deformación en el punto C, por triángulos semejantes, será:

$$\frac{\delta_{DF}}{30} = \frac{\delta_C}{20}$$

$$\delta_C = \frac{20\delta_{DF}}{30} = \frac{20(8.488x10^{-5}T_{DF})}{30}$$

$$\delta_C = \frac{20\delta_{DF}}{30} = \frac{20(8.488x10^{-5}(232.26))}{30} = 0.013\,pu\lg$$

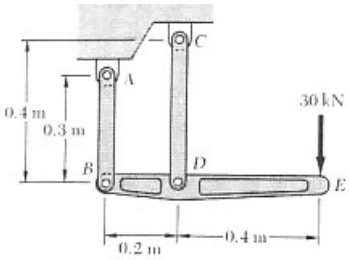
$$\delta_C = 0.013\,pu\lg \qquad \textbf{\textit{solución}}$$

TAREA 4

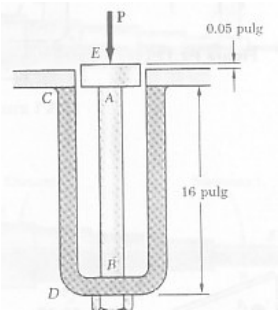
1. Una cinta de acero de 25m de longitud tiene una sección de 6mm por 8mm. Determinar el alargamiento cuando se estira toda la cinta y se mantiene tensa bajo una fuerza de 6kg. El módulo de elasticidad es de $2.1x10^6$kg/cm².

2. Una barra de bronce de 10cm² de sección es sometida a las fuerzas axiales representadas en la figura. Determinar el alargamiento total de la barra, Considerar $E=9x10^5$ kg/cm².

3. La barra rígida BDE se apoya en dos conectores AB y CD. El conector AB es de aluminio (E=70GPa) y tiene una sección transversal de 500mm², el conector CD es de acero (E=200GPa) y tiene una sección transversal de 600mm². Para la fuerza de 30 kN mostrada, hallar la deflexión en los puntos B, D y E.

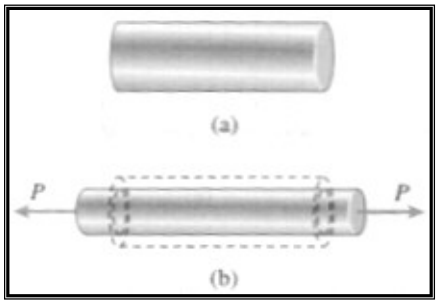


4. Una barra de latón AB de 3/8 pulg de diámetro está unida a la base de un recipiente cilíndrico de latón CD, cuya sección recta es de 0.5 pulg². El vaso CD está unido a un soporte fijo en C y un tapón E está unido al extremo A de la barra. Sabiendo que el módulo de elasticidad del latón es de 15x106 psi, halle la magnitud de P para la cual la deflexión del tapón hacia abajo sea de 0.05pulg.



1.6 RAZÓN DE POISSON

Cuando una barra es sometida a tensión, el alargamiento axial va acompañado de una contracción lateral, Este cambio se ilustra en la ***figura 2000***.



Si una barra está hecha de un material elástico lineal, la **deformación unitaria lateral** (ε') en cualquier punto de ella es proporcional a la deformación unitaria axial (ε) en el mismo punto.

La razón de estas deformaciones es una propiedad del material conocida como **razón de Poisson**. Esta razón adimensional puede expresarse a través de la siguiente ecuación:

$$\mu = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$$

En donde:
μ = Razón de Poisson
ε' = Deformación unitaria lateral
ε = Deformación unitaria axial

El signo negativo es introducido para compensar el hecho de que las deformaciones unitarias lateral y axial suelen tener signos opuestos; es decir, si una barra es sometida a una carga axial a tensión, la deformación sufrida axialmente es positiva, mientras que la deformación lateral es negativa debido a que disminuye el ancho de la barra. En caso de que la carga axial sea de compresión, se presenta la situación opuesta, con la barra acortándose (deformación unitaria negativa) y ensanchándose (deformación unitaria lateral positiva).

Por tanto, la razón de Poisson para los materiales comunes tendrá un valor positivo.

EJEMPLOS:

Ejemplo 1.6-1.

Un alambre de acero de alta resistencia (3mm de diámetro) se alarga 37.1mm cuando 15m de él se ven sometidos a una fuerza de 3.5kN.

a) ¿Cuál es el módulo de elasticidad del acero?
b) Si el diámetro del cable se reduce en 0.0022mm ¿Cuál es su razón de Poisson?

Ejemplo 1.6-2.

Una barra circular maciza de bronce de 2cm de diámetro está sometida a una fuerza axial de tracción de 5,000kg. Determinar la disminución del diámetro de la barra debida a esta carga. Para el bronce $E=9.5x10^5 kg/cm^2$ y $\mu=0.28$.

1.7 PORCENTAJE DE ALARGAMIENTO Y PORCENTAJE DE REDUCCIÓN DE ÁREA

La ductilidad de un material en tensión puede caracterizarse por el alargamiento y la reducción de su área transversal en donde ocurre la fractura.

El **porcentaje de alargamiento** se define como sigue:

$$Porcentaje\ de\ al\arg amiento = \frac{L_1 - L_0}{L_0}(100)$$

En donde:

L_1 = es la distancia entre las marcas de calibración en la fractura
L_0 = es la longitud calibrada original

$$Porcentaje\ de\ reducción\ del\ área = \frac{A_0 - A_1}{A_0}(100)$$

En donde:

A_1 = es el área final en la sección de la fractura calibración en la fractura
A_0 = es el área transversal original

EJEMPLOS

Ejemplo 1.7-1.

Tres materiales diferentes A, B y C son probados a tensión usando probetas con diámetros de 12mm y longitudes calibradas de 50mm. En la falla, las distancias entre las fallas de calibración son de 54.5, 63.2 y 69.4 mm, respectivamente, y los diámetros son de 11.46, 9.48 y 6.06mm, respectivamente, en las secciones transversales de falla.

Determine el porcentaje de alargamiento y el porcentaje de reducción del área en cada probeta.

Solución

Para el material A.

$$Porcentaje\ de\ al\arg amiento = \frac{L_1 - L_0}{L_0}(100) = \frac{54.5mm - 50mm}{50mm}(100) = 9\%$$

Porcentaje de alargamiento = 9% ***solución***

$$A_0 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(12mm)^2}{4} = 113.10mm^2$$

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(11.46mm)^2}{4} = 103.14mm^2$$

$$Porcentaje\ de\ reducción\ del\ área = \frac{A_0 - A_1}{A_0}(100) = \frac{113.10mm^2 - 103.14mm^2}{113.10mm^2}(100) = 8.80\%$$

Porcentaje de reducción de área = 8.80% ***solución***

Para el material B.

$$Porcentaje\ de\ al\arg amiento = \frac{L_1 - L_0}{L_0}(100) = \frac{63.2mm - 50mm}{50mm}(100) = 26.4\%$$

Porcentaje de alargamiento = 26.4% ***solución***

$$A_0 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(12mm)^2}{4} = 113.10mm^2$$

$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi(9.48mm)^2}{4} = 70.58mm^2$$

$$Porcentaje\ de\ reducción\ del\ área = \frac{A_0 - A_1}{A_0}(100) = \frac{113.10mm^2 - 70.58mm^2}{113.10mm^2}(100) = 37.59\%$$

Porcentaje de reducción de área = 37.59% ***solución***

Para el material C.

$$Porcentaje\ de\ al\arg amiento = \frac{L_1 - L_0}{L_0}(100) = \frac{69.4mm - 50mm}{50mm}(100) = 38.8\%$$

Porcentaje de alargamiento = 38.8% ***solución***

$$A_0 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (12mm)^2}{4} = 113.10mm^2$$
$$A_1 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (6.06mm)^2}{4} = 74.5mm^2$$

$$Porcentaje\ de\ reducción\ del\ área = \frac{A_0 - A_1}{A_0}(100) = \frac{113.10mm^2 - 74.5mm^2}{113.10mm^2}(100) = 74.50\%$$

Porcentaje de reducción de área = 74.50% ***solución***

1.8 ESFUERZO CORTANTE

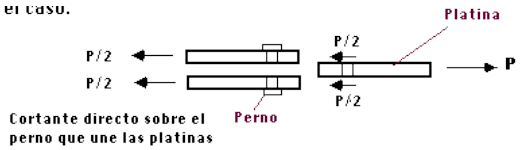
Los esfuerzos cortantes actúan en planos paralelos a la dirección de aplicación de las fuerzas externas a diferencia de los esfuerzos normales que son producidos por fuerzas normales que actúan en planos perpendiculares.

Aparecen esfuerzos cortantes siempre que las fuerzas aplicadas obliguen a que una sección del sólido tienda a deslizar sobre la sección adyacente.

En oras palabras, el esfuerzo cortante es la fuerza cortante dividida entre el área sobre la cual actúa.

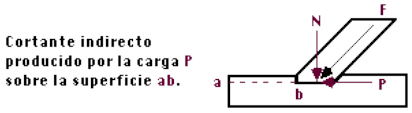
Cortante directo.

Cuando la fuerza externa es paralela al área de corte.



Cortante indirecto.

Cuando la fuerza está inclinada con respecto a la superficie de corte, su acción ya no es de corte directo debido a que una de sus componentes actúa normal a la superficie y la otra en corte.



El esfuerzo cortante puede ser expresado matemáticamente como:

$$\gamma = \frac{V}{A}$$

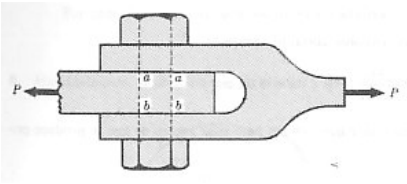
En donde:

γ = Esfuerzo cortante.
V = Fuerza cortante.
A = Área sobre la cual actúa la fuerza cortante.

Al calcular el esfuerzo cortante por medio de la anterior expresión se obtiene un valor promedio de esfuerzo uniforme. La distribución de esfuerzos cortantes es en realidad no uniforme, pero para los fines perseguidos en ingeniería, son representados por el valor promedio.

EJEMPLOS

Ejemplo 1.8-1



Considerar la unión atornillada de la figura. La fuerza es de 3000 kg y el diámetro del perno de 1.2 cm. Determinar el cortante medio que existe en cada uno de los planos a-a o b-b.

Solución

Podemos suponer que la fuerza P está repartida por igual entre las secciones a-a y b-b, por lo que la fuerza cortante sería

$$V = \frac{P}{2} = \frac{3000kg}{2} = 1500kg$$

El área paralela a la acción de la fuerza estaría dada por:

$$A = \pi \frac{d^2}{4} = \pi \frac{(1.2)^2}{4} = 1.131cm^2$$

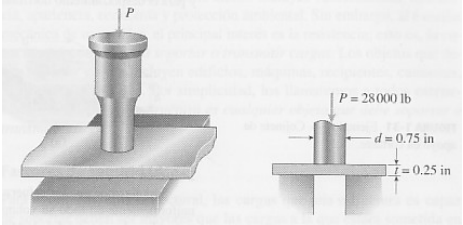
finalmente tenemos que:

$$\gamma = \frac{V}{A} = \frac{1500kg}{1.131cm^2} = 1326.3kg/cm^2$$

γ=1326.3kg/cm² ***solución***

Ejemplo 1.8-2

En la figura se ve un punzón para perforar placas de acero. Supóngase que se usará un punzón con diámetro de 0.75 pulg. para perforar un agujero en una placa de 0.25 pulg. como se muestra en la vista de perfil. Si se requiere una fuerza P = 28,000 lb .



a) ¿Cuál es el esfuerzo cortante promedio en la placa?
b) Cuál es el esfuerzo de compresión promedio en el punzón?

Solución.

a) El esfuerzo cortante promedio en la placa se obtiene dividiendo la fuerza P entre el área de cortante de la placa. El área cortante As es igual a la circunferencia del agujero multiplicada por el espesor de la placa, es decir:

$$A_s = \pi dt = \pi(0.75\,pu\lg)(0.25\,pu\lg) = 0.589\,pu\lg^2$$

por lo tanto es esfuerzo cortante promedio en la placa es:

$$\gamma = \frac{V}{A} = \frac{P}{A} = \frac{28000lb}{0.589\,pu\lg^2} = 47534lb/pu\lg^2$$

γ=47534lb/pulg² ***solución***

b) Para el esfuerzo normal de compresión en el punzón tiene como área:

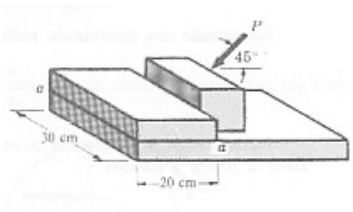
$$A = \pi\frac{d^2}{4} = \pi\frac{(0.75)^2}{4} = 0.442\,pu\lg^2$$

por lo tanto es esfuerzo normal de compresión en la placa es:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{28000lb}{0.422\,pu\lg^2} = 63379lb/pu\lg^2$$

σ=63379lb/pulg² ***solución***

Ejemplo 1.8-3



Con referencia a la figura, la fuerza P tiende a cortar el tope a lo largo del plano a-a. Si P=4000 kg, determinar el esfuerzo cortante promedio en el plano a-a.

Solución:

Para producir el esfuerzo cortante en el plano a-a, la fuerza P únicamente actuará en su componente paralela a dicho plano, por lo que la fuerza P actuante es:

$$P = 4000(\cos 45°) = 2828.43kg$$

Y el área correspondiente a dicho plano es:

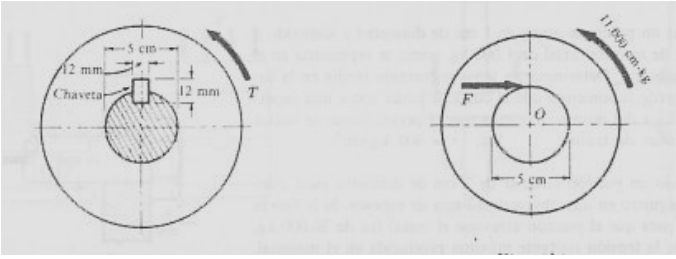
$$A = (30cm)(20cm) = 600cm^2$$

Por lo tanto, el esfuerzo cortante es:

$$\gamma = \frac{V}{A} = \frac{P}{A} = \frac{2828.43kg}{600cm^2} = 4.71kg/cm^2$$

γ=4.71kg/cm² ***solución***

Problema 1.8-4



Una polea es sometida a la acción de un momento tal y como se indica en la figura. Consideremos que el valor del momento de giro T es de 11000 kg-cm, y la polea está enclavada con una chaveta de 1.2x1.2x7.5cm a un árbol. Determinar el esfuerzo cortante en un plano horizontal a través de la chaveta.

Solución:

El momento aplicado de 11000kg-cm ha de ser resistido por una fuerza tangente horizontal F que la chaveta ejerce sobre la polea. Para que exista equilibrio de momentos respecto al centro de la polea, tenemos:

$$\sum M_o = 11{,}000kg \cdot cm - F(2.5cm) = 0$$

despejando:

$$F = 4400kg$$

El área en donde es aplicada esta fuerza es la paralela a la dirección de la misma, por tanto:

$$A = (1.2cm)(7.5cm) = 9cm^2$$

por lo que el esfuerzo cortante en la chaveta es:

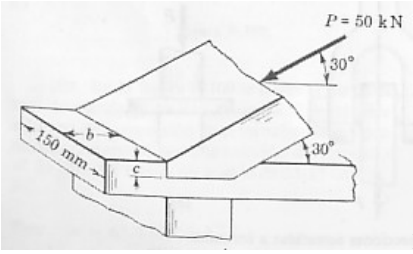
$$\gamma = \frac{V}{A} = \frac{F}{A} = \frac{4400kg}{9cm^2} = 488.9kg/cm^2$$

γ=488.9kg/cm² ***solución***

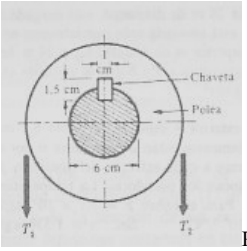
TAREA

1. La figura muestra la unión de un tirante y la base de una armadura de madera. Despreciando el rozamiento:

   a) Determine la dimensión de b si el esfuerzo cortante admisible es de 900kPa.
   b) Calcule también la dimensión c si el esfuerzo de contacto no debe exceder de 7Mpa.



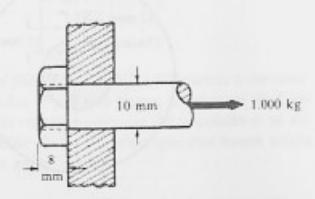
Problema 1



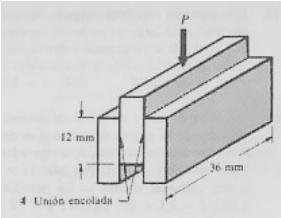
Problema 2

2. Una polea de 750mm sometida a la acción de las fuerzas que indica la figura está montada mediante una cuña en un eje de 50mm de diámetro. Calcule el ancho b de la cuña si tiene 75mm de longitud y el esfuerzo cortante admisible es de 70MPa.

3. Considerar un perno de acero de 1cm de diámetro y sometido a una carga axial de 1000kg, como se representa en la figura. Determinar el esfuerzo cortante en la cabeza del perno suponiendo que el cortante actúa sobre una superficie cilíndrica del mismo diámetro que el perno, como se indica por las líneas de trazos.



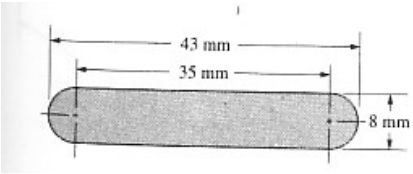
Problema 3



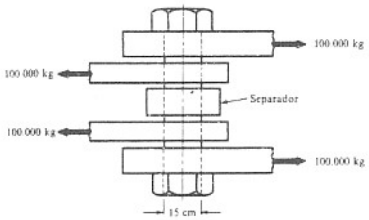
Problema 4

4. Muchas veces se usa el dispositivo de la figura para determinar la resistencia a cortante de una unión encolada. Si la carga P en la rotura es de 1200kg ¿cuál es el esfuerzo cortante en la unión en ese instante?

5. La figura muestra la forma de un trozo que debe de extraerse de una lámina de aluminio de 5mm de espesor. Calcule el esfuerzo cortante en el aluminio si se aplica de perforación de 38.6kN.



Problema 5



Problema 6

6. En algunas armaduras de puentes o de cubiertas, las diagonales, los montantes verticales y los cordones horizontales, están unidos entre sí mediante pasadores. Considerar la disposición de barras paralelas representadas en la figura, unidas entre sí por un pasador de acero de 15 cm. de diámetro. Si la sección en cada barra es de 100,000 kg., determinar el esfuerzo cortante medio en el pasador.

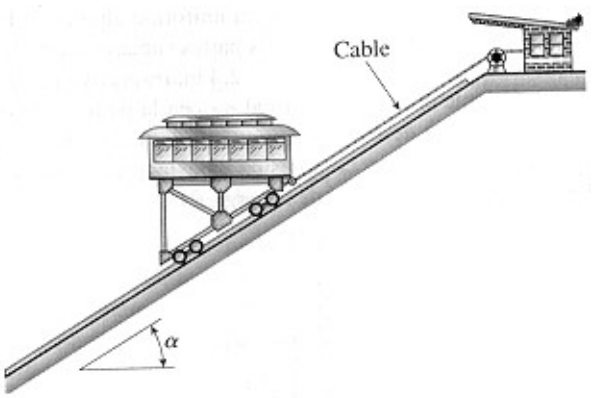
DEFORMACIÓN ANGULAR

Deformación angular es la producida por fuerzas cortantes, por lo que la distorsión es la variación experimentada por el ángulo entre dos caras perpendiculares de un elemento diferencial.

EXAMEN

1. Un vagón cargado por completo con peso de 110kN, es jalado lentamente hacia arriba por una vía inclinada mediante un cable de acero. El cable tiene un área efectiva en su sección transversal de 480mm², y el ángulo de inclinación de la vía es de α=32°.

¿Cuál es el esfuerzo de tensión en el cable?


Cable
α